

Umilul Pi

O COMEDIE

A ERORILOR
MATEMATICE

Traducere din engleză de
Dan Crăciun

Matt Parker

CO-LECȚIA
DE ȘTIINȚĂ

PUBLICA

Titlul și subtitlul originale: *HUMBLE PI: A Comedy of Maths Errors*
Autor: Matt Parker

Copyright © Matt Parker, 2019

© Publica, 2021, pentru ediția în limba română

Toate drepturile rezervate. Nicio parte din această carte nu poate fi reprodusă sau difuzată în orice formă sau prin orice mijloace, scris, foto sau video, exceptând cazul unor scurte citate sau recenzii, fără acordul scris din partea editorului.

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
PARKER, MATT

Umilul Pi : o comedie a eroilor matematice / Matt Parker ; trad. din lb. engleză de Dan Crăciun. - București : Publica, 2021

ISBN 978-606-722-432-0

I. Crăciun, Dan (trad.)

51

EDITORI: Cătălin Muraru, Silviu Dragomir

DIRECTOR EXECUTIV: Adina Vasile

REDACTOR-ŞEF: Ruxandra Tudor

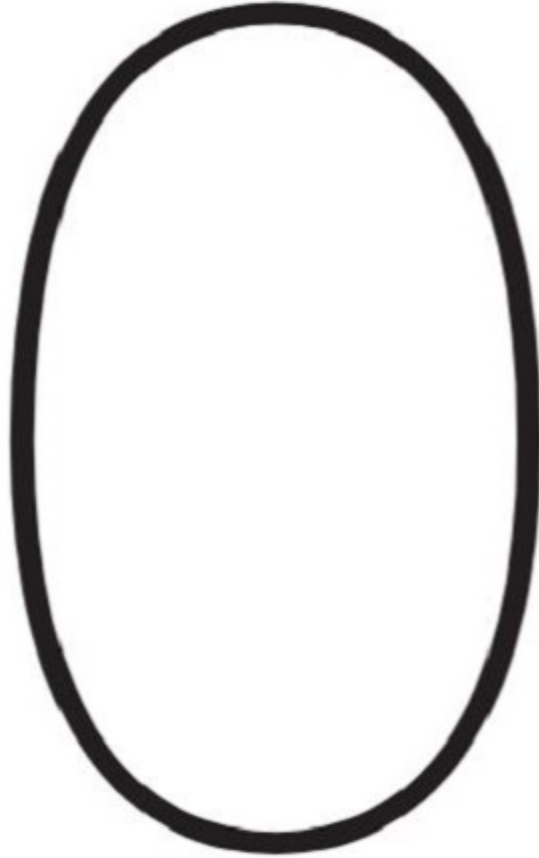
DESIGN: Alexe Popescu

CORECTORI: Rodica Crețu, Elena Bițu

DTP: Răzvan Nasea

CUPRINS

Cuvântul traducătorului	7
0. Introducere	11
1. Cum se pierde noțiunea timpului	21
2. Greșeli de proiectare	49
3. Date mărunte	75
4. Forme nefirești	103
5. Nu poți conta pe ce și cum se numără	133
6. Imposibil de procesat	159
7. Probabil greșit	181
8. Pariati pe greșelile voastre	207
9. Cu aproximație prin rotunjire	233
9,49. Prea mărunț ca să fie remarcat	257
10. Unități de măsură, convenții și de ce nu ne putem înțelege cu toții?	273
11. Statistici pe placul meu	299
12. Tiltloay Rodanm	325
13. Nu se procesează	355
Așadar, ce am învățat din greșelile noastre?	379
Mulțumiri	391



Introducere

În 1995, Pepsi a lansat o promoție în care oamenii aveau posibilitatea să strângă Pepsi Points, putând să schimbe ulterior punctele acumulate cu diverse bunuri marcate cu logoul Pepsi. Un T-shirt valora 75 de puncte, ochelarii de soare, 175 de puncte și se oferea chiar și o geacă de piele pentru 1 450 de puncte. Cine le purta pe toate trei în același timp putea să primească un bonus consistent de 90 de puncte. Clipul TV care promova ideea campaniei puncte-pentru-marfă înfățișa un ins care făcea exact acest lucru.

Dar autorii clipului au vrut să-l încheie într-o notă amuzantă, tipică pentru extravaganța stilului „Pepsi clasic”. Așadar, purtând tricoul, ochelarii de soare și geaca de piele, protagonistul reclamei își lua zborul spre școală într-un avion cu reacție Harrier. După cât se părea, această aeronavă militară putea să fie a voastră pentru 7 milioane de Pepsi Points.

Gluma e destul de simplă: au luat ideea campaniei Pepsi Points și au extrapolat-o până la ridicol. Excelent scenariu de comedie. Dar, în mod vădit, nu au făcut calculul matematic. Desigur, șapte milioane sună ca un număr mare, dar nu cred că echipa care a creat reclama și-a dat osteneala să facă socoteli și să verifice dacă era categoric suficient de mare.

Dar altcineva a făcut acest lucru. În acel moment, fiecare avion AV-8 Harrier II Jump Jet din dotarea forțelor armate costa United States Marine Corps peste 20 de milioane de dolari și, din fericire, există o metodă simplă de a converti dolarii americani în PP: Pepsi dădea oricui posibilitatea de a cumpăra puncte adiționale cu 10 cenți punctul. Acum, nu cunosc prea bine piața avioanelor militare second hand, dar un preț de 700 000 de dolari pentru un avion de 20 de milioane de dolari pare o investiție bună. Așa i s-a părut și lui John Leonard, care a încercat să scoată de aici un profit.

Și nu s-a mulțumit cu o jalnică „încercare”. Și-a pus la bătaie toate resursele. Promoția cerea ca oamenii să comande prin intermediul unui formular original un articol din catalogul Pepsi Stuff, să cumpere minimum 15 puncte Pepsi și să adauge un cec, menit să achite costul oricărui număr necesar de puncte adiționale, plus 10 dolari pentru ambalare și transport. John a făcut toate astea. A folosit un formular original, a adunat 15 puncte cumpărând produse Pepsi și, printr-un contract fiduciar cu avocații lui, a depus 700 008,50 dolari care să acopere cecul. Tipul chiar a împrumutat suma de la bancă! Nu glumea.

Inițial, Pepsi i-a refuzat comanda: „Avionul Harrier din reclama promoției este o fantezie și a fost inclus pur și simplu ca să creeze un clip publicitar amuzant și distractiv”. Dar Leonard era deja bine documentat juridic și gata de luptă. Avocații lui au replicat astfel: „Aceasta este o comandă formală care vă solicită să vă onorați angajamentul și să faceți imediat aranjamentele necesare pentru a-i expedia clientului nostru noul avion Harrier”. Pepsi nici nu a vrut să audă. Leonard a dat compania în judecată și părțile au ajuns la tribunal.

Cazul a stârnit lungi discuții menite să lămurească dacă reclama cu pricina era în mod evident o glumă sau dacă era

imaginabil ca o persoană să o ia în serios. Comentariile oficiale ale judecătorului menționează cât de ridicolă urma să devină întreaga situație: „Insistența reclamantului că reclama pare să fie o ofertă serioasă solicită Curții să explice de ce reclama este amuzantă. A explica de ce o glumă este amuzantă pare o sarcină descurajantă”.

Dar au încercat să facă acest lucru!

Observația adolescentului că a zbura cu un Harrier Jet până la școală „este în mod cert mai cool decât să mergi cu autobuzul” denotă o atitudine improbabil de nonșalantă față de relativa dificultate și pericolul pilotării unui avion de luptă într-o zonă rezidențială în opoziție cu utilizarea transportului public.

Nicio școală nu poate să dispună de un teren de aterizare pentru avionul de luptă al unui elev ori să tolereze deranjul pe care l-ar genera utilizarea avionului.

Având în vedere funcțiile bine documentate ale unui Harrier Jet de atac și distrugere a unor ținte terestre sau aeriene, de recunoaștere și descurajare aeriană, precum și armamentul său ofensiv și defensiv antiaviație, descrierea unei astfel de aeronave ca mijloc de transport la școală în cursul dimineții este cât se poate de limpede nesperioasă.

Leonard nu a primit niciodată avionul său cu reacție și Leonard v. Pepsico, Inc., face acum parte din istoria judiciară. Pe mine, personal, mă liniștește faptul că, dacă spun ceva pe care l-aș caracteriza drept „umor golănesc”, există un precedent juridic care să mă protejeze de cei care iau spusele mele în serios. Iar dacă cineva are o problemă din acest motiv, îi recomand să strângă destule Parker Points pentru una dintre

fotografiile mele, din care se vede că puțin îmi pasă (se pot percepe comisioane pentru operațiuni poștale și transport).

Pepsi a luat măsuri active de a se proteja de viitoare probleme și a relansat reclama cu avionul Harrier având o valoare de 700 de milioane de Pepsi Points. Mi se pare uimitor că nu au ales acest număr mare de la început. Nu că 7 milioane era mai hazliu; pur și simplu, compania nu s-a deranjat să facă un calcul matematic când a ales arbitrar un număr mare.

Noi, oamenii, nu ne prea pricepem să judecăm mărimea numerelor mari. Și, chiar când știm că unul este mai mare decât altul, nu estimăm mărimea diferenței. În 2012 a trebuit să apar în programul de știri de la BBC ca să explic cât de mare este un trilion. Datoria Marii Britanii depășise 1 trilion de lire sterline și m-au chemat să explic că este un număr mare. Se pare că dacă zbieam: „Este într-adevăr mare, acum înapoi în studio!” ar fi fost insuficient, așa că a trebuit să dau un exemplu.

Am folosit metoda mea favorită de a compara numerele mari cu timpul. Știm că un milion, un miliard și un trilion sunt mărimi diferite, însă de multe ori nu estimăm corect uluitoarea creștere cantitativă care le deosebește. Un milion de secunde de acum înainte înseamnă modesta durată de 11 zile și 14 ore. Nu e rău. Aș putea să aștept atât. Nici două săptămâni. Un miliard de secunde înseamnă peste 31 de ani.

Un trilion de secunde din acest moment s-ar consuma după anul 33700 d.H.

Acele numere surprinzătoare sunt perfect raționale după un moment de gândire. Milionul, miliardul și trilionul sunt fiecare de o mie de ori mai mare decât cel anterior. Un milion de secunde înseamnă aproximativ o treime de lună, așa că un miliard de secunde este de ordinul a 330 (o treime dintr-o

mie) de luni. Iar dacă un miliard înseamnă cam 31 de ani, atunci durata unui trilion ajunge pe la 31 000 de ani.

În timpul vieții noastre învățăm că numerele sunt liniare; că spațiile dintre ele sunt toate identice. Dacă numărați de la unu până la nouă, fiecare număr este cu unu mai mare decât precedentul. Dacă întrebați pe cineva care este numărul aflat la jumătatea distanței dintre unu și nouă, oamenii vor răspunde cinci, dar numai fiindcă au fost învățați să gândească astfel. Treziți-vă, turmă de oi! Oamenii percep instinctiv numerele logaritmice, nu liniare. Un copil mic ori cineva care nu a fost îndoctrinat prin educație va plasa numărul trei la jumătatea distanței dintre unu și nouă.

Trei este un altfel de punct median. Este mijlocul logaritmice, ceea ce înseamnă că este un punct median legat de înmulțire, și nu de adunare. $1 \times 3 = 3$. $3 \times 3 = 9$. Puteți avansa de la unu până la nouă fie adăugând pași egali de patru unități, fie înmulțind pași egali de trei unități. Așadar, „mijlocul înmulțirii” este trei și pe acesta îl gândesc oamenii spontan, prin echipamentul lor mental preinstalat, până când suntem învățați să socotim altfel.

Când membrilor unui grup de indigeni munduruku din spațiul amazonian li s-a cerut să plaseze grupuri de puncte unde le este locul între un punct și zece puncte, au pus grupuri de trei puncte în mijloc. Dacă aveți acces la un copil de grădiniță sau la unul și mai mic, ai căror părinți nu se supără fiindcă experimentați cu ei, vor face probabil același lucru când distribuie numerele.

Chiar și după o viață de educație legată de operarea cu numere mici există un instinct vestigial care intuiește că numerele mai mari sunt logaritmice; că distanța dintre un trilion și un miliard e cam aceeași ca saltul de la un milion până la un miliard - fiindcă amândouă sunt de o mie de ori

mai mari. În realitate, saltul până la un trilion este mult mai mare: diferența dintre o viață ajunsă la treizeci și ceva de ani și o vreme când poate că omenirea nu va mai exista.

Pur și simplu, creierul omenesc nu este constitutiv structurat să fie bun la matematica neconvențională. Să nu mă înțelegeți greșit: ne naștem cu o varietate fantastică de abilități numerice și spațiale; până și bebelușii pot să estimeze numărul de puncte de pe o pagină și să efectueze cu ele operații aritmetice elementare. De asemenea, venim pe lume echipați pentru limbaj și pentru gândirea simbolică. Dar abilitățile care ne permit să supraviețuim și să formăm comunități nu corespund neapărat matematicii formale. O scală logaritmică este un mod valid de aranjare și de comparare a numerelor, dar matematica necesită, de asemenea, și distribuția liniară a numerelor.

Toți oamenii sunt proști când vorbim despre învățarea matematicii formale. Este un proces care presupune să luăm ceea ce ne-a dăruit evoluția și să ne extindem abilitățile dincolo de ceea ce este rațional. Nu ne-am născut cu nicio abilitate de a înțelege intuitiv fracțiile, numerele negative sau multe alte concepte bizare dezvoltate de matematică, dar, cu timpul, putem învăța încetul cu încetul cum să operăm cu ele. Avem în prezent sisteme școlare care îi forțează pe elevi să studieze matematica și, după suficient exercițiu, creierul nostru poate învăța să gândească matematic. Însă dacă acele competențe încetează a mai fi folosite, creierul omenesc va reveni rapid la setările din fabrică.

În Marea Britanie, un bilet de loterie emis sub forma unui card de răzuit a trebuit să fie retras de pe piață chiar în săptămâna în care a fost lansat. Camelot, compania care administrează loteria din Regatul Unit, a justificat această decizie invocând „deruta jucătorilor”. Cardul se numea Cool Cash și

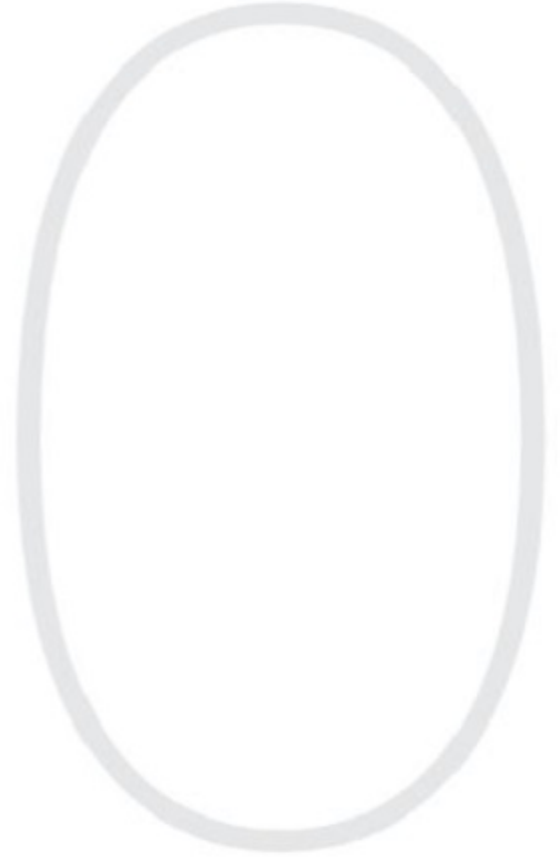
pe el era tipărită o anumită temperatură. Dacă, după răzuirea cardului, jucătorul descoperea o temperatură mai mică decât valoarea de referință, câștiga. Dar se părea că o mulțime de jucători aveau o problemă cu numerele negative...

Pe unul dintre cardurile mele scria că trebuie să găsesc temperaturi mai mici de -8 . Numerele pe care le-am descoperit după ce am răzuit cardul erau -6 și -7 și am crezut că am câștigat, la fel ca femeia de la care am cumpărat cardurile. Dar când am scanat cardul, mașina a spus că nu am câștigat. Am sunat la Camelot și m-au tras pe sfoară cu o poveste cum că -6 este mai mare, nu mai mic decât -8 , dar nu mă fraieresc ei pe mine.

Ceea ce face ca volumul de matematică pe care îl folosim în societatea noastră modernă să fie deopotrivă incredibil și înfricoșător. Ca specie, am învățat să explorăm și să exploatăm matematica punând-o să facă lucruri mult peste capacitatea naturală de procesare a creierului nostru. Ne permite să realizăm lucruri care depășesc cu mult scopul pentru care a fost proiectată componenta noastră internă de hardware. Când operăm dincolo de intuiție putem face lucrurile cele mai interesante. Dar pe acest teren suntem și extrem de vulnerabili. O simplă greșală de matematică se poate strecura neobservată, având însă pe urmă consecințe îngrozitoare.

Lumea de astăzi este construită pe matematică: programare informatică, finanțe, inginerie... nu sunt decât matematică deghizată sub diferite veșminte. Așa se face că niște aparent inofensive greșeli matematice pot să aibă consecințe bizare. Această carte este o colecție de greșeli matematice din toate timpurile, care se numără printre exemplele mele favorite. Greșeli precum cele din paginile următoare nu sunt

doar amuzante, ci sunt și revelatoare. Ele trag cortina dincolo de care se dezvăluie matematica din culise, unde lucrează de regulă nebăgată în seamă. Este ca și cum, dincolo de vrăjitoria noastră modernă, Oz este surprins lucrând peste program cu abacul și rigla de calcul. Numai când ceva merge prost ne facem brusc o idee despre cât de sus ne-a îngăduit matematica să urcăm - și despre cât de adâncă este prăpastia de sub noi. Intenția mea nu este câtuși de puțin să-i ridiculizez pe oamenii responsabili de aceste erori. Cu siguranță, și eu am comis destule greșeli. Toți am greșit. Ca o provocare amuzantă, în mod deliberat am lăsat trei dintre greșelile mele în această carte. Dați-mi de știre dacă le găsiți pe toate!





Cum se pierde noțiunea timpului

Pe 14 septembrie 2004, aproximativ opt sute de avioane efectuau zboruri pe distanțe lungi deasupra părții de sud a Californiei. O eroare matematică era gata să pună în pericol viețile zecilor de mii de oameni de la bordul aeronavelor. Fără avertisment, Centrul de Control al Traficului Aerian din Los Angeles a pierdut contactul radio cu toate avioanele. A urmat o justificată panică generală.

Comunicațiile prin radio au încetat vreo trei ore, timp în care controlorii și-au folosit propriile telefoane mobile ca să contacteze alte centre de control al traficului aerian, care urmau să comunice cu avioanele aflate în aer. Nu au avut loc accidente, dar, în haosul creat, zece avioane s-au apropiat în zbor mai mult decât permiteau reglementările (5 mile nautice pe orizontală sau 2 000 de picioare pe verticală); două perechi de avioane au trecut unele pe lângă celelalte la o distanță mai mică de 2 mile.* Patru sute de zboruri au fost

* În sistemul metric: 5 mile nautice - 9 260 m; 2 mile nautice - 3 704 m; 2 000 de picioare - 610 m (n.t.).

întârziate la sol și alte șase sute au fost anulate. Totul din cauza unei erori matematice.

Detaliile oficiale privind natura precisă a ceea ce a funcționat prost sunt puține, dar știm că totul a fost cauzat de o eroare a cronometrelor din computerele centrului de control. Se pare că sistemul folosit de centrul de control cronometra începând de la 4 294 967 295 de milisecunde, făcând numărătoarea inversă la fiecare milisecundă. Ceea ce însemna că urmau să treacă 49 de zile, 17 ore, 2 minute și 47 296 de secunde până se ajungea la 0.

De regulă, computerele erau repornite înainte de a se încheia numărătoarea inversă, care urma să reînceapă de la 4 294 967 295. Din câte știu, unii oameni erau conștienți de posibila problemă, așa că politica centrului de control impunea repornirea sistemului cel puțin o dată la treizeci de zile. Dar aceasta era doar o învârtire în jurul problemei; nu s-a făcut nimic pentru corectarea erorii matematice subiacente, care consta în faptul că nimeni nu verificase câte milisecunde dura funcționarea programului. Așadar, în 2004, în mod accidental computerele au mers neîntrerupt cincizeci de zile, au ajuns la zero și s-au oprit. Opt sute de avioane care zburau deasupra uneia dintre cele mai mari metropole din lume au fost în pericol pentru că, în esență, cineva nu a ales un număr suficient de mare.

Lumea s-a grăbit să dea vina pe un recent upgrade al sistemelor informatice, pe care urma să ruleze o variantă a sistemului de operare Windows. Unele dintre primele versiuni de Windows (în mod deosebit Windows 95) sufereau exact din cauza aceleiași probleme. Ori de câte ori se pornea programul, Windows număra fiecare milisecundă, dând „timpul sistemului”, care coordona toate celelalte programe. Dar, odată ce sistemul ajungea cu numărătoarea la 4 294 967 295,

relua numărătoarea de la zero. Unele programe – drivere, care permit sistemului de operare să interacționeze cu dispozitive externe – aveau o problemă cauzată de faptul că brusc începeau să numere invers. Era necesar ca aceste drivere să cronometreze ca să se asigure că dispozitivele răspund cu regularitate și că nu au fost inactive prea mult timp. Când Windows le spunea că brusc cronometrul a început numărătoarea inversă, driverele erau distruse, prăbușind odată cu ele întregul sistem.

Nu este clar dacă însuși Windows era direct vinovat ori dacă vina aparținea unui nou cod-mașină din sistemul centrului de control. Dar, în ambele situații, știm că vina aparține numărului 4 294 967 295. Nu era suficient de mare pentru computerele personale din anii 1990 și nu era suficient de mare pentru controlul traficului aerian la începutul anilor 2000. A, și nu era suficient de mare în 2015 pentru aeronava Boeing 787 Dreamliner.

Problema avioanelor Boeing 787 rezidă în sistemul care controla generatoarele de curent electric. Se pare că foloseau un cronometru care socotea intervale de 10 milisecunde (așadar, o sutime de secundă) și care se oprea la valoarea 2 147 483 647 (de bănuț, aproape de jumătatea lui 4 294 967 295...). Asta înseamnă că un Boeing 787 putea să rămână fără alimentare electrică dacă sistemul funcționa fără întrerupere 248 de zile, 13 ore, 13 minute și 56,47 secunde. Era un timp suficient de lung pentru ca majoritatea avioanelor să repornească înainte de apariția unei probleme, dar și suficient de scurt pentru a face posibilă pierderea curentului electric. Administrația Federală a Aviației a descris situația astfel:

Programul intern de cronometrare din unitățile de control ale generatoarelor (GCU)* se va supraîncărca după

* GCU – acronim pentru *generator control unit* (n.t.).